

NOMBRES ENTIERS NUMERATION

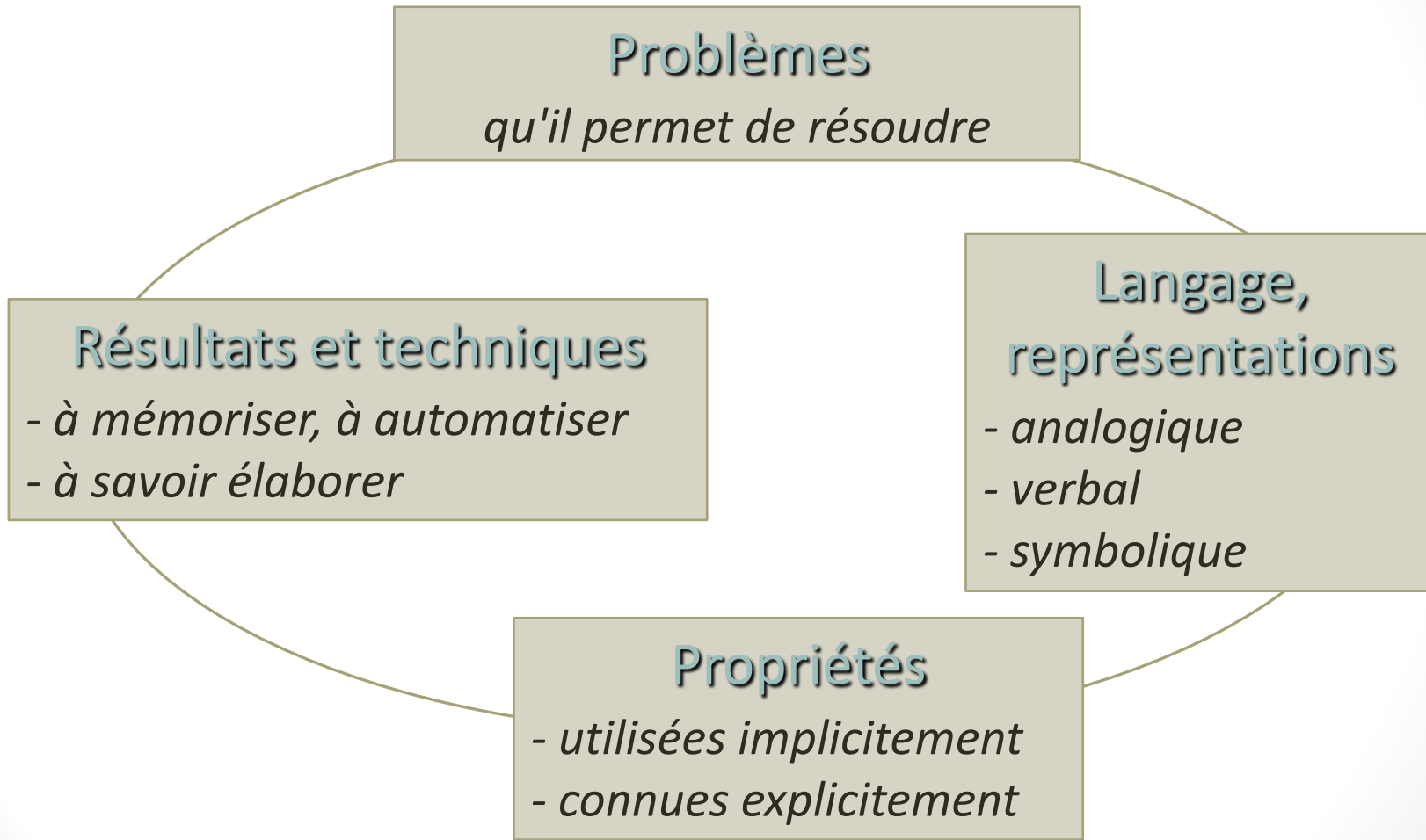
Cycle 2

Sur les enjeux d'apprentissage

- L'acquisition des **mécanismes** en mathématiques est toujours associée à une **intelligence de leur signification**. (programme, 2008)
- La **résolution de problèmes** joue un **rôle essentiel** dans l'activité mathématique. Elle est présente dans **tous les domaines** et s'exerce à **tous les stades** des apprentissages. (programme, 2008)

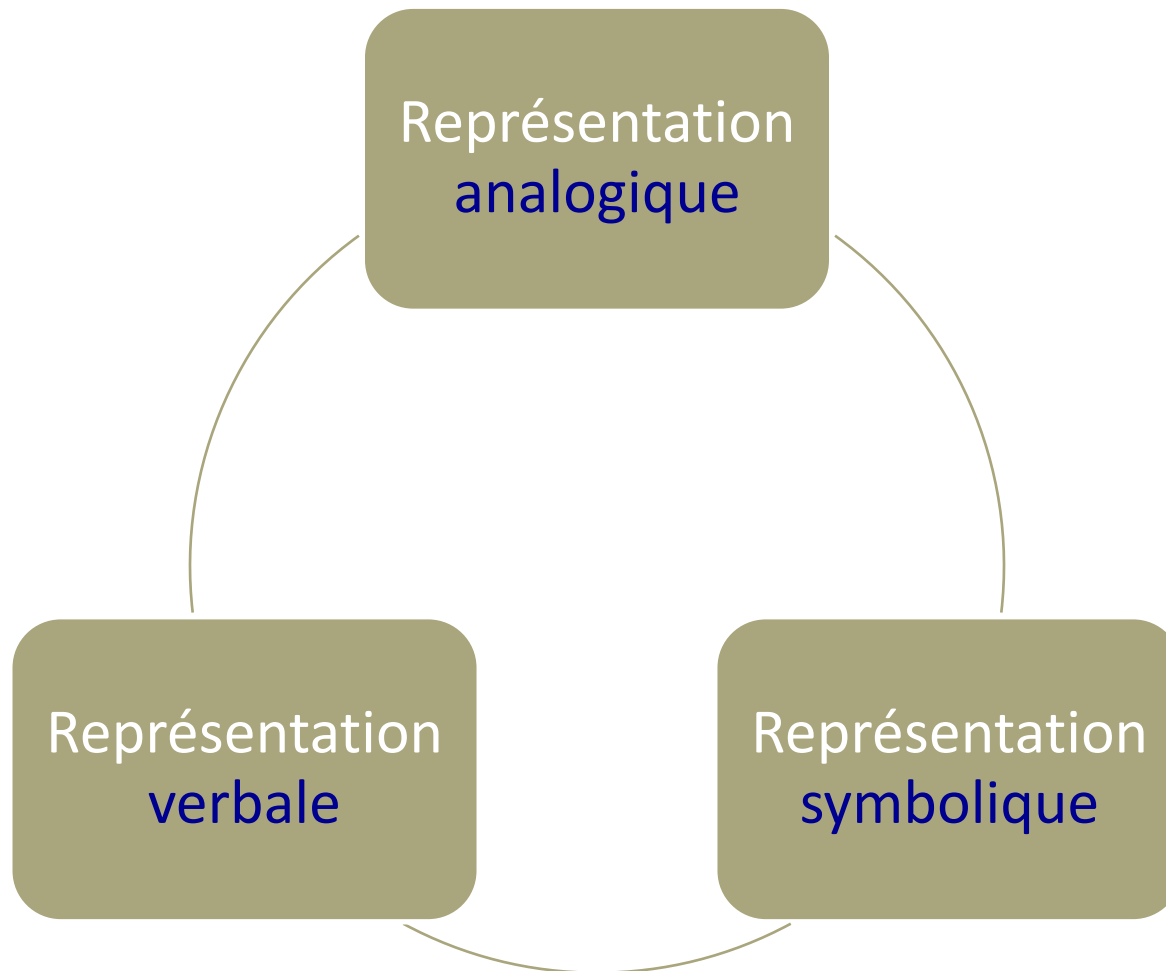
Sur la maîtrise d'un concept

Différents aspects à prendre en compte

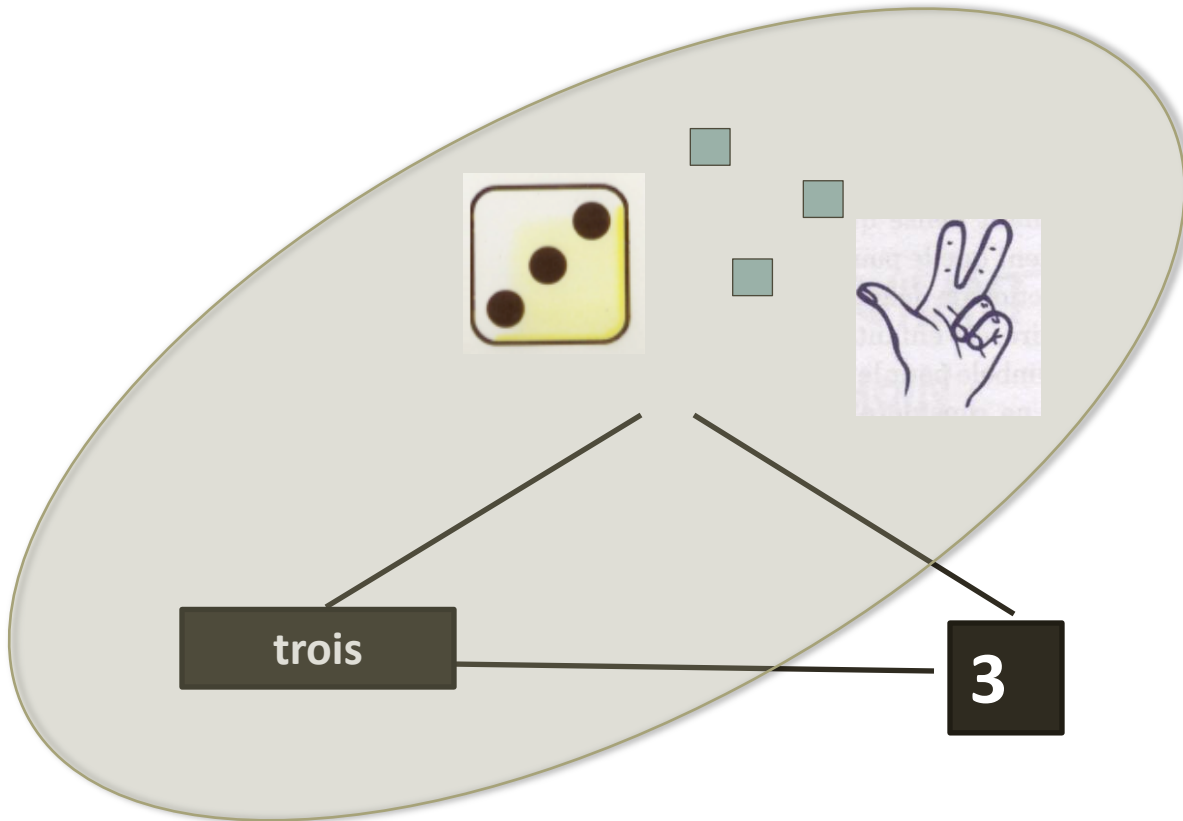


Le triple code

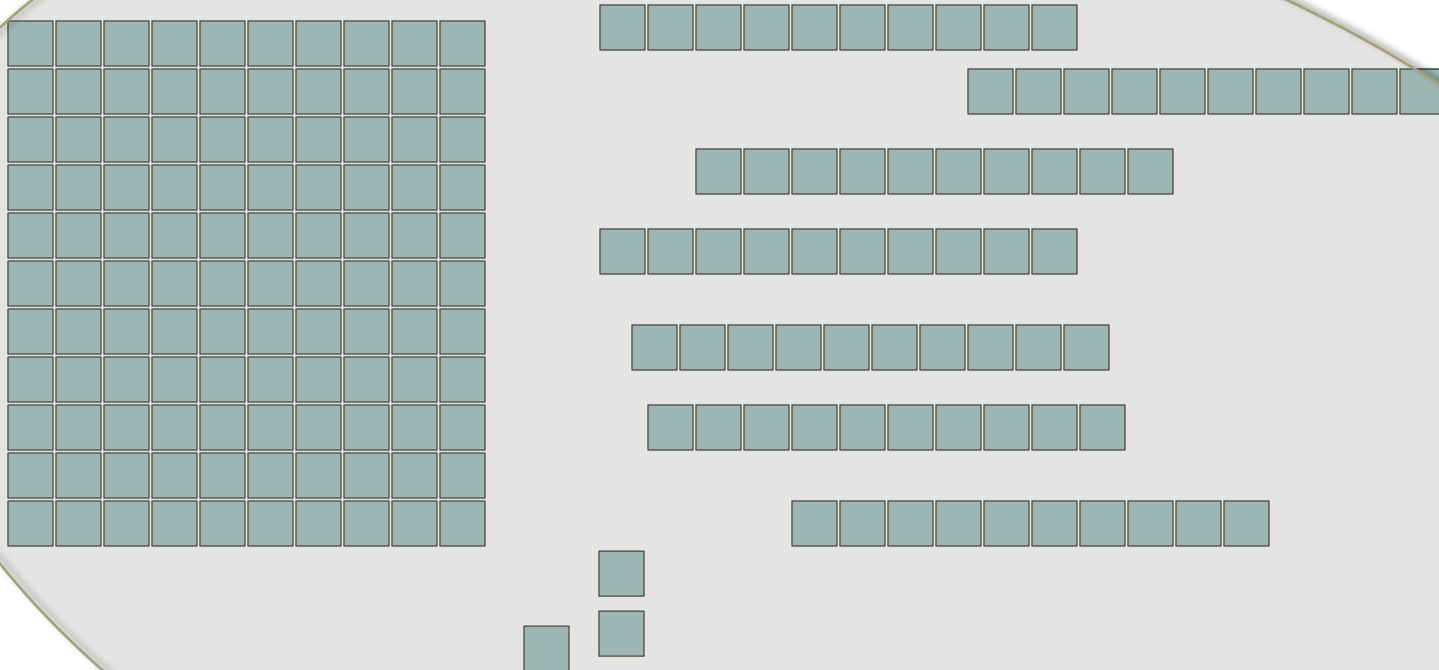
Stanislas Dehaene - La Bosse des maths – Odile Jacob



Exemple du triple code : petits nombres



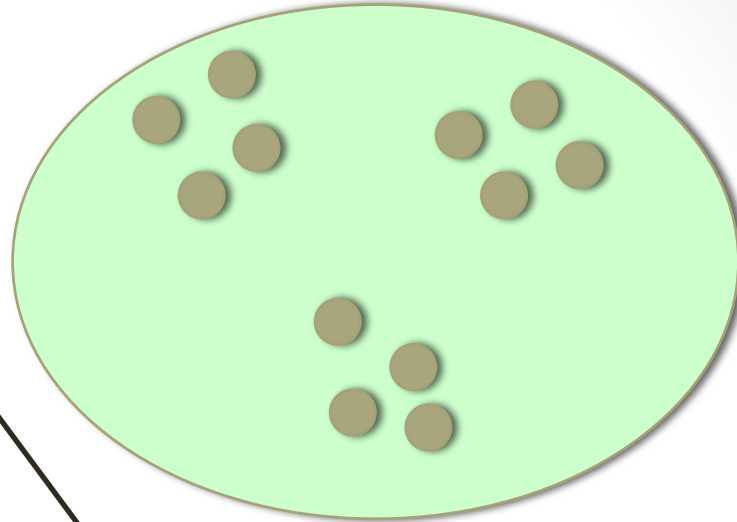
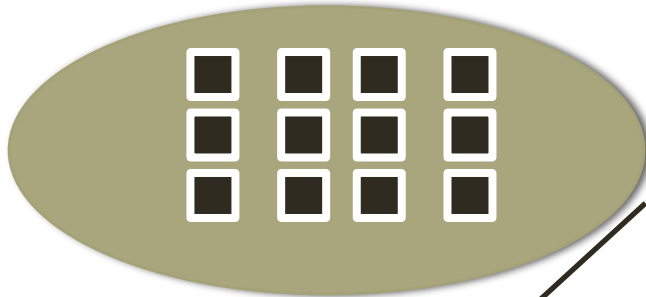
Exemple du triple code : numération décimale



cent soixante-treize

173

Exemple du triple code multiplication



Trois fois quatre

Quatre multiplié par trois

Produit de trois par quatre

3×4

4×3

PLAN

DES REPÈRES SUR...

- la notion de nombre, de la maternelle au CP
- la numération des nombres entiers
- l'apprentissage en C2

LA NOTION DE NOMBRE

de la Maternelle au CP

Trois enjeux principaux...

1. Quels **problèmes** les nombres permettent-ils de résoudre ?
2. Avec quelles **procédures** ?
3. Quelles **représentations des nombres** faut-il développer ?

QUELS PROBLÈMES ?

À quoi servent les nombres ?

Les nombres

outil pour mémoriser...

...des quantités aspect cardinal

- Réaliser une quantité aussi, plus ou moins importante qu'une quantité donnée
- Compléter une quantité pour la rendre aussi, plus ou moins importante qu'une quantité donnée
- Comparer des quantités
- Communiquer une quantité

... des positions dans une liste rangée aspect ordinal

- Communiquer une position, un rang
- Replacer un objet à sa position
- Comparer des positions

Les nombres outil pour anticiper

Aspect cardinal : quantités

- Quantité après transformation
(augmentation, diminution, réunion, distribution, partage)
- Valeur de la transformation
(augmentation, diminution)
- Quantité avant transformation
(augmentation, diminution)

Aspect ordinal : positions dans une liste rangée

- Position atteinte après un déplacement (en avant ou en arrière)
- Valeur du déplacement
- Position avant un déplacement

Vers le calcul qui sera travaillé à partir du CP...

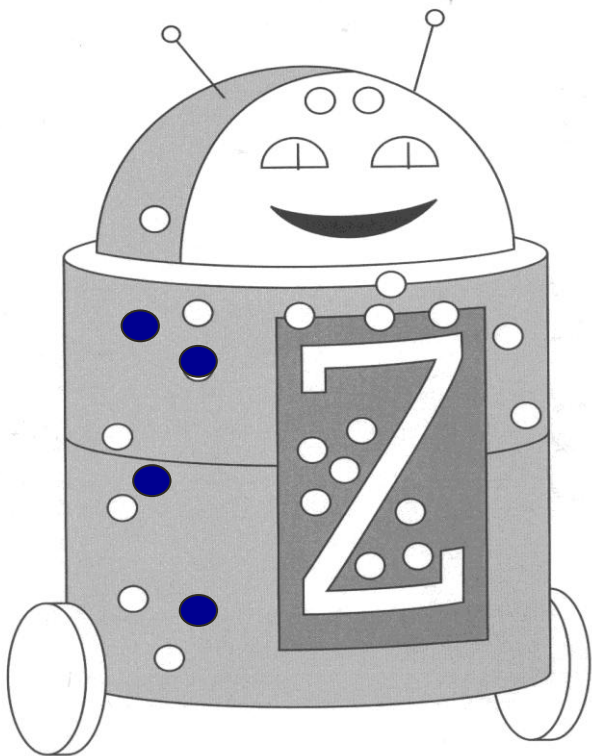
Exemple de l'utilisation des nombres pour **exprimer et mémoriser les quantités**

dans le but de ...

réaliser des quantités identiques

Juste ce qu'il faut de gommettes pour réparer le robot

Un problème de référence à l'articulation GS-CP (D'après Cap maths CP)



- Aller chercher, **à distance**, juste assez de gommettes pour réparer le robot (allers retours possibles)
- Aller chercher, **à distance, en une seule fois**, juste assez de gommettes pour réparer le robot
- Les **demander oralement**
- Les **commander par écrit**

QUELLES PROCÉDURES ?

Des compétences à développer.

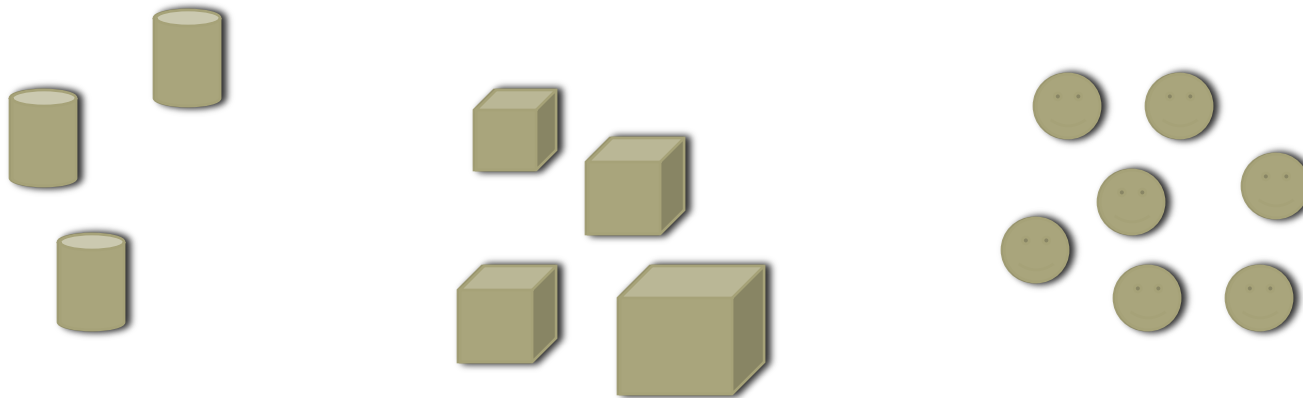
Une première compétence nécessaire pour réussir.

SAVOIR DÉNOMBRER

Utiliser un moyen pour exprimer une quantité par un nombre

- Une compétence qui comporte plusieurs aspects
- ... à développer en maternelle
- ... à consolider au début du CP

Dénombrer par reconnaissance immédiate (subitizing)



Premier système numérique à mettre en place à partir de la PS :

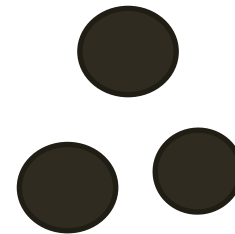
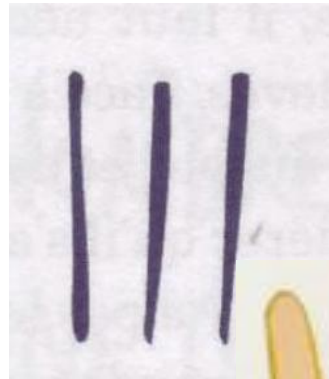
- nombres jusqu'à *trois* ou *quatre* associés à des quantités (dont les doigts)
- *un* et *un* c'est *deux*
- *deux* et *un* c'est *trois*
- *un* et *un* et *un* c'est *trois*

Reconnaissance immédiate et quantités repères

(petite collections jusqu'à quatre)

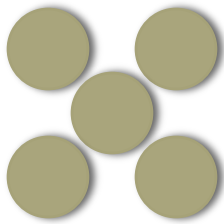
Très tôt, l'enfant sait que certaines collections ont la même quantité **par perception globale**.

Cette quantité **peut être** numérisée : « **trois** »



Cela permettra la décomposition d'une collection importante en parties immédiatement dénombrables (groupements et écritures additives)

Dénombrer par reconnaissance immédiate de quantités organisées : constellations, doigts...



Autre système numérique à mettre en place :

- nombres jusqu'à *cinq* ou *six* associés à des quantités-repères (doigts, constellations) en MS ;
- Nombres jusqu'à *dix* en GS et CP.

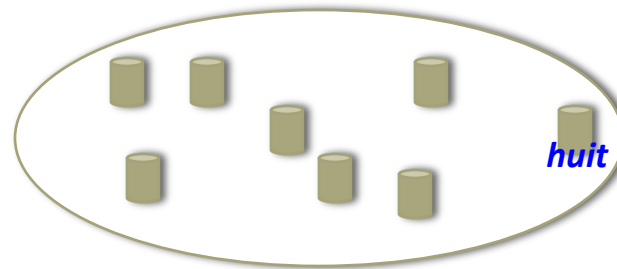
Dénombrer par comptage de un en un

Des principes à établir...

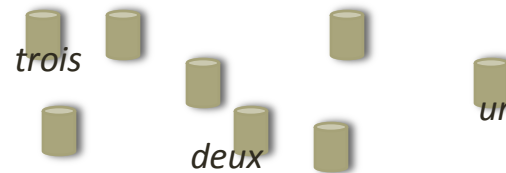
Etiqueter chaque objet par un mot nombre.



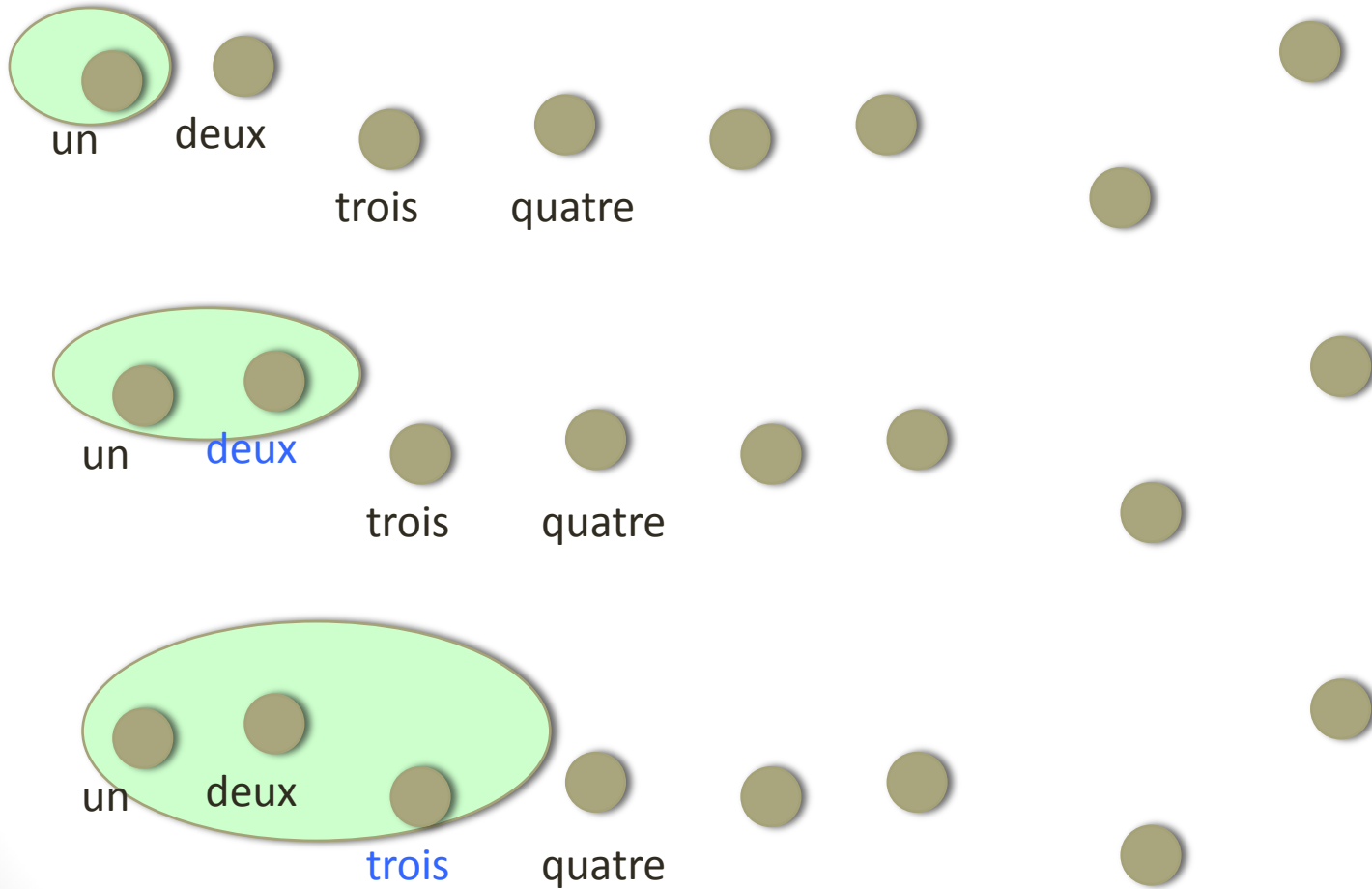
Identifier le dernier mot-nombre comme cardinal de la collection.



Comprendre que les objets peuvent être comptés dans n'importe quel ordre.



Comprendre que la comptine n'est pas qu'un numérotage, mais aussi un accumulateur.



Importance de la "comptine" orale et du dénombrement

L'acquisition de la chaîne numérique verbale et son usage dans les processus de quantification est déterminante (...). Ces habiletés verbales constituent en réalité les éléments à partir desquels s'édifient les acquisitions ultérieures...

Conclusion d'une synthèse de P. Barouillet et V. Camos

L'acquisition de la comptine

Quelques étapes de 2 à 6 ans

Grande variabilité selon les enfants
(donc valeurs moyennes)

- **4 ans et demi** : récitation jusqu'à *seize*
 - apprentissage lent et difficile
- **5 ans et demi** : récitation jusqu'à *quarante*
 - appui sur des régularités à partir de vingt

*Mais la simple récitation
de la comptine le plus loin possible
ne suffit pas*

Connaître la « comptine » et l'utiliser pour résoudre des problèmes.

Vers 6 ans

- Compter à partir de 1 jusqu'à...
- Compter à partir de ... jusqu'à...
- Compter à rebours (décompter).

A partir de 6-7 ans

- Compter et décompter n nombres à partir de ...
- Compter ou décompter de ... à ..., en comptant les nombres énumérés.

QUELLES REPRÉSENTATIONS DES NOMBRES ?

D'abord analogiques et verbales, puis
symboliques.

- Représentation des nombres **par des quantités repères** (doigts, constellations notamment), mais nécessité de varier les modalités.
- Expression des nombres **par des mots ou des combinaisons de mots** :
 - *Quatre*
 - *Deux et deux*
- Utilisation **progressive par des symboles** (écriture chiffrée).
- Développer la capacité à **passer d'une modalité à une autre**, avec, si nécessaire des appuis...

- Trouver l'écriture chiffrée associée à un *mot-nombre*



un deux trois quatre cinq



- Trouver le mot-nombre associé à une *écriture chiffrée*



un deux trois quatre cinq



Des connaissances travaillées en GS
à prendre en compte au début du CP
(sur un domaine numérique assez étendu)

- **A quoi servent les nombres ?**
 - Exprimer les quantités pour les mémoriser.
 - Repérer et exprimer des positions dans une liste.
 - Traiter des problèmes "arithmétiques" (sans l'objectif de travailler le calcul).
- **Suite orale des nombres** : stabilisation.
- **Dénombrement** : différentes méthodes.
- **Correspondances analogique - oral - écrit**, si nécessaire par le biais de la bande numérique.

LA NUMERATION DES ENTIERS

Repères pour le CP et le CE1

- Valeur positionnelle des chiffres
- Organisation de la suite des nombres et valeur positionnelle des chiffres

Des réussites parfois trompeuses

(à l'entrée en sixième)

- Les compétences techniques sont les plus évaluées
 - Lire / écrire des nombres **85 % à 95 %**
 - Comparer / ranger des nombres **70 % à 90 %**
- Pourtant à l'entrée en sixième...
 - Ecris en chiffres *25 dizaines* **41 %**

VALEUR POSITIONNELLE DES CHIFFRES

Deux moments importants au CP

- Passage de la suite orale aux groupements par dix (appui sur la désignation orale)
- Groupements par dix et place des chiffres

Passage de la suite orale aux groupements par dix (appui sur la désignation orale)

Les régularités des suites écrites et orales...
...jusqu'à 39, puis jusqu'à 59

- Dès la GS et en début de CP, les élèves sont familiarisés avec :
 - les **régularités de la suite écrite**
 - les **régularités de la suite orale** organisée par des mots-clés (au-delà de *vingt*) :
 - avec *vingt* et *trente*, d'abord
 - avec *vingt*, *trente*, *quarante* et *cinquante*, ensuite (de *dix* en *dix*)
- D'où possibilité de dénombrer et de réaliser des quantités par "**comptage de *dix* en *dix***"

Dénombrer en appui sur dix, vingt, trente

2 **Écris** en chiffres le nombre de doigts levés.









3 **Écris** en chiffres le nombre total de points de la même couleur.

10 dix	2 deux

7 sept	20 vingt

4 **Complète.**

$10 + 1 = \dots\dots\dots$

$20 + 5 = \dots\dots\dots$

$10 - 1 = \dots\dots\dots$

$20 + 2 = \dots\dots\dots$

$20 + 9 = \dots\dots\dots$

$20 - 2 = \dots\dots\dots$

$30 + 9 = \dots\dots\dots$

$30 + 5 = \dots\dots\dots$

$30 - 1 = \dots\dots\dots$

Groupements par dix et place des chiffres

Un exemple de problème de référence

(Cap Maths CP)

L'objectif

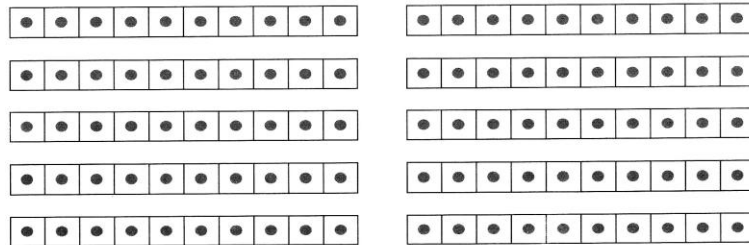
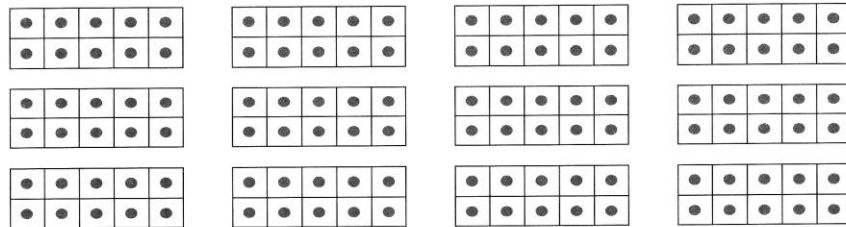
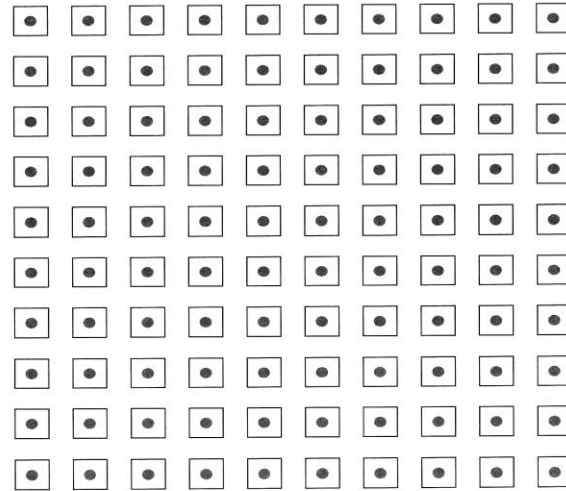
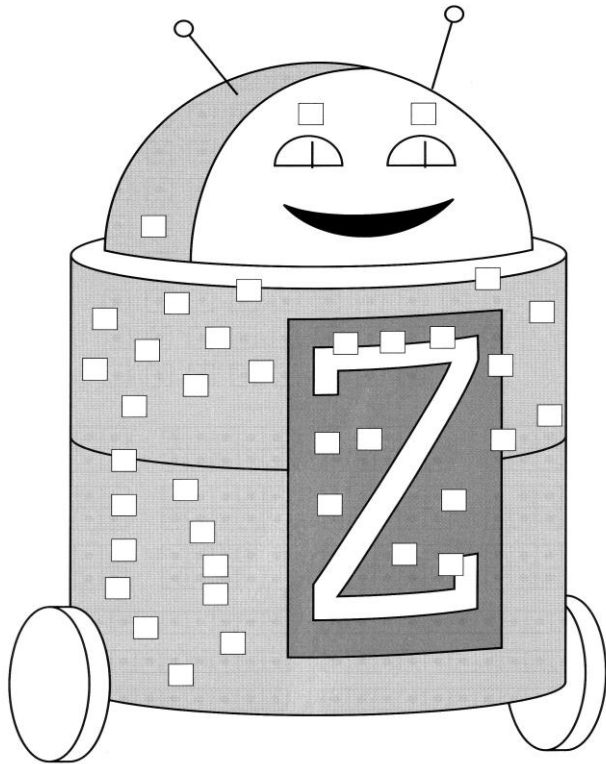
Mettre en évidence la "valeur positionnelle" des chiffres

Le problème

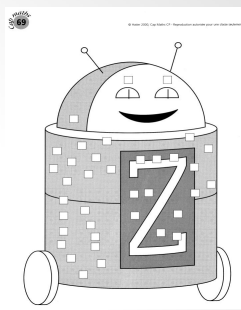
Demander juste ce qu'il faut de « gommettes » pour réparer le grand ziglotron

Les gommettes sont « vendues » à l'unité ou par groupes de dix.

Matériel



Etape 1 sur 3

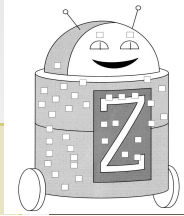


- Les élèves disposent du ziglotron (entre 20 et 50 gommettes à demander)
- Pas de contrainte sur la demande (elle peut être orale ou écrite)
- Une seule demande possible
- Au retour, ils placent les gommettes pour valider leur commande

Pour répondre, les élèves peuvent :

- Dénombrer les emplacements et formuler une demande orale ou écrite du nombre total de gommettes qui sont alors servies à l'unité
- Entourer des groupes de 10 emplacements et demander des paquets de 10 gommettes et des gommettes à l'unité (ils ne sont alors pas obligés de passer par le nombre total de gommettes)
- Dénombrer les emplacements, écrire le nombre (34 par exemple) et le décoder en 3 paquets de dix gommettes et 4 gommettes isolées

Etape 2 sur 3



- Les élèves disposent du ziglotron (entre 20 et 50 gommettes à demander)
- Quatre contraintes sur la demande :
 - commande écrite (cf. bon de commande)
 - ne pas demander plus de 9 gommettes isolées
 - le marchand donne ce qui est commandé
 - vérification différée : les commandes sont discutées avant d'être validées

Il faut boutons.

Notre commande :

..... paquets de dix boutons,

..... boutons.

Pour répondre, les élèves peuvent :

- Dénombrer les emplacements et écrire le nombre total souhaité (37, par exemple), puis entourer des groupes de dix et compléter la deuxième partie du bon de commande (3 paquets de dix boutons / 7 boutons)
- Entourer des groupes de dix et compléter la deuxième partie du bon de commande, puis dénombrer les emplacements en comptant *de dix en dix...* (*dix, vingt, trente, trente-et-un, trente-deux...*)
- Dénombrer les emplacements, écrire le nombre (37 par exemple) et le décoder en 3 paquets de dix gommettes et 7 gommettes isolées

Etape 3 sur 3

- Les élèves ne disposent pas du ziglotron
- Ils disposent d'un bon de commande que l'enseignant à commencer à remplir et qu'ils doivent compléter

- La vérification est toujours différée : les commandes sont discutées avant d'être validées

Il faut 42.... boutons.

Notre commande :

..... paquets de dix boutons,

..... boutons.

Pour répondre, les élèves peuvent :

- Dessiner les 42 gommettes, puis entourer des groupes de dix et compléter la deuxième partie du bon de commande (4 paquets de dix boutons / 2 boutons)
- Décomposer 42 en $10 + 10 + 10 + 10 + 2$ et compléter le bon de commande
- Décoder directement 42 en 4 paquets de dix et 2 unités

Entraînement (sur fiche)

Date: _____

Comprendre les écritures chiffrées

1 Complète les bons de commande.



Il faut 36 boutons. Ma commande :
..... paquets de dix boutons,
..... boutons.



Il faut 82 boutons. Ma commande :
..... paquets de dix boutons,
..... boutons.

Il faut 30 boutons. Ma commande :
..... paquets de dix boutons,
..... boutons.

2 Complète les bons de commande.

Il faut boutons. Ma commande :
7 paquets de dix boutons,
8 boutons.



Il faut boutons. Ma commande :
3 paquets de dix boutons,
7 boutons.



SUITE DES ÉCRITURES CHIFFRÉES ET VALEUR POSITIONNELLE DES CHIFFRES

Un moment important au CE1

Une situation : quantités, compteur et calculette

D'après Cap Maths CE1

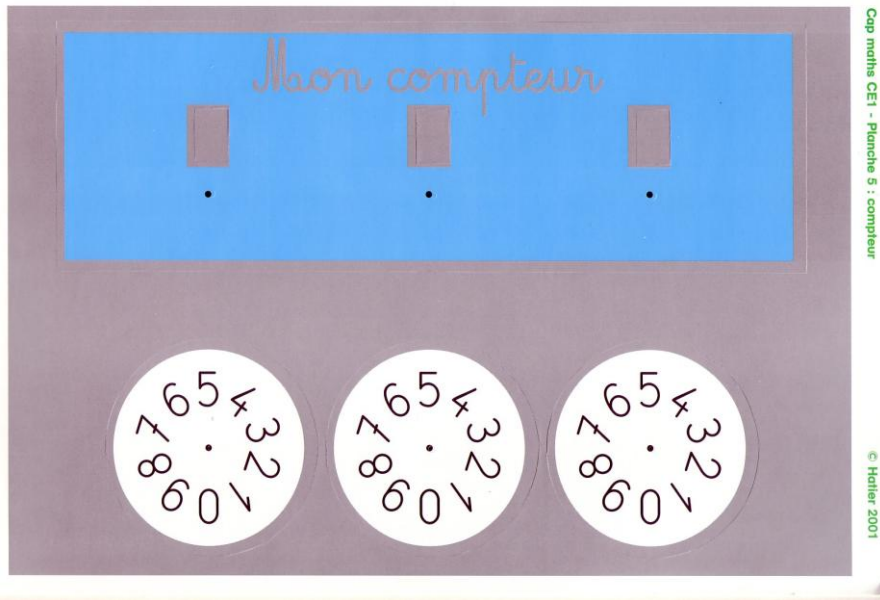
Les objectifs

- Comprendre que avancer de 1, 10... revient à ajouter 1 unité, 1 dizaine...
- Comprendre qu'à chaque rang correspond un type de groupement

Le problème

Gérer les effets de l'ajout de 1, 10, 100 objets sur différents matériels qui permettent de représenter les nombres

Matériel



10 cartes portant 100 perles
10 cartes portant 10 perles
40 cartes portant 1 perle



1 boîte

Problèmes

- Ajout de perles de 1 en 1 jusqu'à 37
 - Quelle action sur la calculatrice à chaque ajout ?
 - Quelle action sur le compteur à chaque ajout ?
 - Y a-t-il adéquation entre le contenu de la boîte, l'affichage de la calculatrice et celui du compteur
- Ajouts d'une ou plusieurs cartes portant soit 1, soit 10, soit 100 perles
 - Mêmes questions

Un premier exemple de problème

Il y a déjà 28 perles dans la boîte (2 cartes avec 10 perles et 8 perles isolées). On ajoute 2 fois de suite une perle.

- Contenu de la boîte : 2 paquets de dix et 10 perles isolées
- Affichage de la calculette : 28 29 30 (avec +1, deux fois)
- Compteur : 028 029 ??? (que faire quand la roue des unités est sur 9 ?)

Comment faire pour que le contenu de la boîte, l'affichage du compteur et celui de la calculette coïncident ?

Un deuxième exemple de problème

Il y a déjà 92 perles dans la boîte (9 cartes avec 10 perles et 2 perles isolées). On ajoute 1 carte de 10 perles.

- Contenu de la boîte : 10 paquets de dix et 2 perles isolées
- Affichage de la calculette : 92 102 (avec +10, une fois)
- Compteur : 092 ?? (que faire quand la roue des dizaines est sur 9 ?)

Comment faire pour que le contenu de la boîte, l'affichage du compteur et celui de la calculette coïncident ?

Un troisième exemple de problème

Il y a déjà 199 perles dans la boîte (1 carte de 100 perles, 9 cartes avec 10 perles et 9 perles isolées). On ajoute 1 carte de 1 perle.

- Contenu de la boîte : 1 paquet de cent, 9 paquets de dix et 10 perles isolées
- Affichage de la calculette : 199 200 (avec +1, une fois)
- Compteur : 199 ??? (que faire quand les roues des dizaines et des unités sont sur 9 ?)

Comment faire pour que le contenu de la boîte, l'affichage du compteur et celui de la calculette coïncident ?

Activité identique avec des cartes marquées "unité", "dizaine", "centaine"

Ce qui renforce le passage
des groupements aux échanges.

Il faut, par exemple,
sortir 10 cartes « dizaine »
pour les remplacer par 1 carte « centaine »

Entraînement...

qui n'a de sens qu'après l'activité !

Suites de nombres (5)

4

Complète les cases en comptant de 1 en 1.

287	288													
-----	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

• Complète les cases en comptant de 10 en 10.

287	297													
-----	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

• Complète les cases en ajoutant chaque fois le nombre indiqué.

287	297						
-----	-----	--	--	--	--	--	--

+10 +1 +1 +10 +100 +1

598	599						
-----	-----	--	--	--	--	--	--

+1 +10 +1 +100 +100 +10



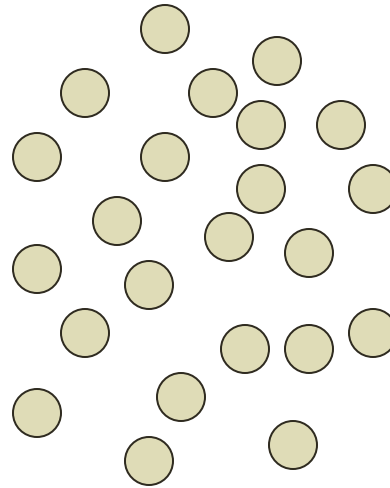
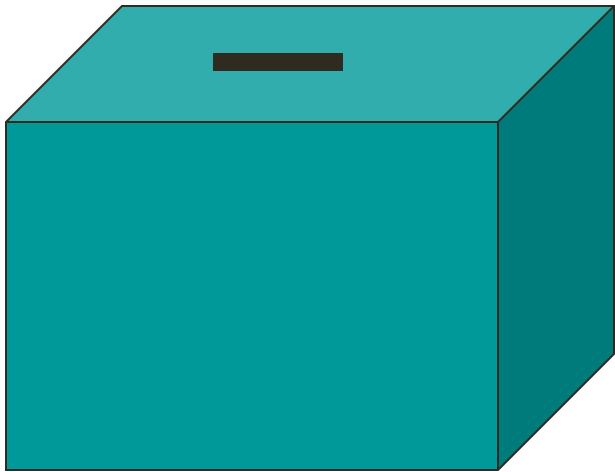
cinquante et un • 51

Au CE1, des connaissances essentielles pour la suite....

- **Valeur de chaque chiffre en fonction du rang** qu'il occupe dans l'écriture du nombre
- **Valeurs référées à l'unité**
 - Dizaine = 10 unités
 - Centaine = 100 unités
- **Relations entre valeurs**
 - Dizaine = 10 unités
 - Centaine = 10 dizaines
- **Tout cela référé au triple code**
 - Verbal
 - Symbolique : écriture chiffrée
 - Représentation matérielle : paquets de cent (dix paquets de dix), paquets de dix, unités

LES CONDITIONS DE L'APPRENTISSAGE EN CYCLE 2 un exemple au CP

Dix dans la boîte



- deux joueurs
- 1, 2 ou 3 jetons dans la boîte à chaque coup

Dix dans la boîte : 3 problèmes à résoudre pour les élèves

- Se souvenir de ce qui est mis dans la boîte à chaque coup
 - *Plusieurs solutions... dont les nombres*
- Connaître le contenu de la boîte
 - *Vers l'addition*
- Savoir s'il est possible de gagner au coup suivant
 - *Vers le complément*

ANTICIPER / VALIDER :

un aspect essentiel de ce type de situations

Réel

Il favorise
l'**appropriation** de
la situation et du
problème

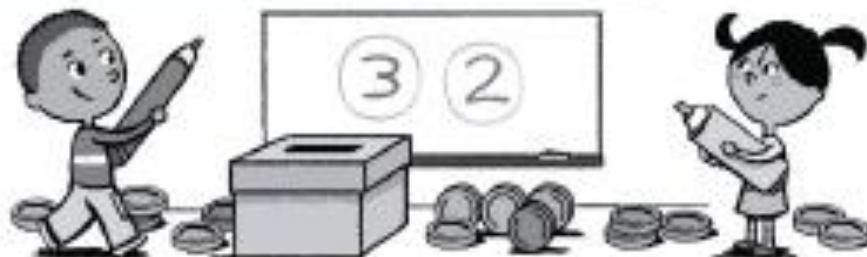
Anticipation

**Incite à l'expérience
mentale**

Il permet la
validation de la
réponse ou d'une
procédure

**Oblige à élaborer
des procédures**

Anticiper le résultat d'un ajout : dix dans la boîte



2 À la fin de chaque jeu, y a-t-il exactement 10 jetons dans la boîte ?
Entoure la bonne réponse.

- jeu 1 (3) (2) (1) (2) (1) oui non
- jeu 2 (2) (2) (2) (2) (2) oui non
- jeu 3 (1) (2) (3) (1) (2) (2) oui non

3 **Écris** ce que doit choisir le dernier joueur pour obtenir 10.

- jeu 4 (2) (3) (3) ()
- jeu 5 (1) (1) (1) (2) (2) (2) ()

Le travail sur fiche
vient après la
situation vécue

Combien de jetons dans la boîte ?

(nombres de 1 à 10)

Une progression au CP (qui peut commencer en GS)

- Expérience effective avec anticipation : ajout et retrait de 1, de 2 ou de 3
- Expérience évoquée (idem)
- Oralement : "*3, j'ajoute 2*"

Un problème pour apprendre

- est une situation que l'élève comprend ;
- dont il perçoit ce que peut être une solution ;
- mais dont il n'a pas la solution immédiatement
- et dont il sait être responsable de l'élaboration de la solution